

實驗 3：圓周運動與向心力實驗

Experiment 3: Circular Motion and Centripetal Force

編寫者：國立清華大學物理系戴明鳳，100.09.27 初版，108.09 瑜 3 版



一、目的

圓周運動為自然界基本的運動模式之一，舉凡大至宇宙中星體的運轉、小至原子內電子的運動，車輛的轉彎、遊樂場中摩天輪的旋轉運動，皆是以圓周運動的方式進行。本實驗藉由懸掛物體的重力，以電動馬達的精確操控使物體做圓周運動，觀察物體的圓周運動和其所受之向心力間的關係。以碼表、光電閘(photogate)與光電計時器或數位擷取系統測量物體圓周運動時的轉速或週期，探討運動物體所受之向心力與物體的質量、旋轉半徑和旋轉週期等物理量間的關係，並驗證轉動系統中牛頓第二運動定律的有效性。

二、原理

等速率圓周運動(uniform circular motion)指物體以一定速率繞著圓形路徑運轉的運動。當質量為 m 的物體在半徑 r 的圓形路徑上，以等速率 v 作水平圓周運動時，雖然物體的速率保持固定，但因速度的方向一直在改變，故此一質點實際上是在作變加速度運動，且加速度的方向恆指向圓周運動軌跡的圓心，故稱之為向心加速度 a 。此加速度大小 a 和速率 v 及圓周半徑 r 間的關係為

$$a = \frac{v^2}{r}$$

根據牛頓第二運動定律，物體有加速度，則必有一淨力作用在此物體質點上，淨力 F 的方向與向心加速度 a 的方向相同。因作用力恆指向圓周運動的圓心，故稱之為向心力(Centripetal Force)。向心力的大小與運動物體的質量 m 、速率 $v (= r\omega)$ 、旋轉週期 T 、旋轉半徑 r 及角速率 ω 間的關係如下所示：

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2 \quad (1)$$

式中切線速率 $v = \omega r$ ，可由物體圓周運動的週期 T 求算得：

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \omega \cdot r \quad (2)$$

由上(1)和(2)式可得作用在物體的向心力 F 與繞行週期 T 的關係式如下：

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \quad (3)$$

本實驗藉著分別改變(a)旋轉體的質量 m 、(b)向心力 F 、以及(c)圓周半徑 r 等三個物理量，使物體在不同實驗條件下，進行等速率圓周運動，量測運動的週期 T ，以驗證並探討圓周運動的基本關係式(1)和(3)。

三、實驗器材

如圖 1 所示

- | | |
|-------------------------------|-----|
| 1. A 型基座 (“A” base) | 1 座 |
| 2. 旋轉平台 (rotating platform) | 1 支 |
| 3. 中心支架 (center post) | 1 支 |
| 4. 側支架 (side post) | 1 支 |
| 5. 旋轉體(100g*1+50g*2) (mass) | 1 組 |
| 6. 側滑輪 (clamp-on pulley) | 1 組 |
| 7. 細繩 (thread) | 數條 |
| 8. 砝碼組 (10g/個)(weight) | 1 組 |
| 9. 12V 直流馬達 (DC motor) | 1 組 |
| 10. 光電閘 (Photogate) | 1 支 |
| 11. 平衡配重(300g) (square mass) | 1 個 |
| 12. 水平儀 (level) | 1 個 |
| 13. Arduino 控制盒 | 1 組 |
| 14. 直流電源供應器 (DC power supply) | 1 台 |
| 15. 筆電 (每組自備) | |

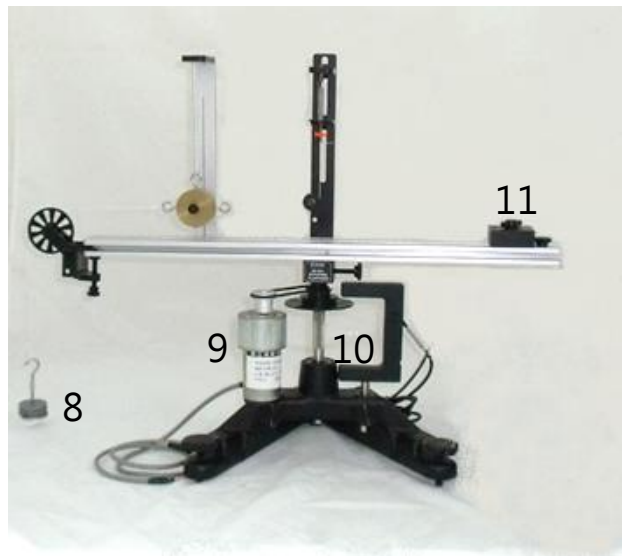


圖 1 向心力實驗

四、實驗裝置

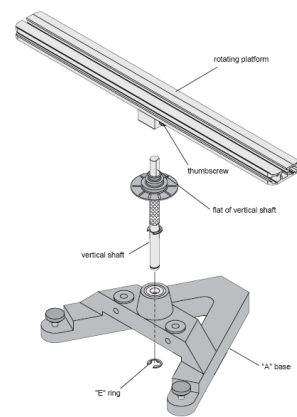
實驗前：

- (1) 安裝 Arduino 驅動程式及 CoolTerm 軟體，利用此軟體可讀入序列埠的數據 (實驗網頁上有下載連結及設定方式)
- (2) 將測試盒接上光電閘及筆電，開啟 CoolTerm 軟體，connect 後可自動收集資料。

(一) 旋轉平台的水平調整：

實驗需要保持水平狀態。如果旋轉平台不是水平，將會影響實驗結果。可用水平儀或按下列步驟調整水平：

1. 架設系統如圖 2-1，將約 300 克的平衡配重放在旋轉平台的任何一邊，拴緊螺絲，。
2. 如圖 2-2，調整 A 型基座一腳的水平螺絲，直到旋轉



平台對準另一腳的水平螺絲。

3. 將旋轉平台旋轉 90 度，會與 A 型基座的一邊成平行，再調整另一的水平螺絲，直到旋轉平台停留在這個位置。
4. 旋轉平台現在成水平，不論在任何方向都會靜止不動。

圖 2-1

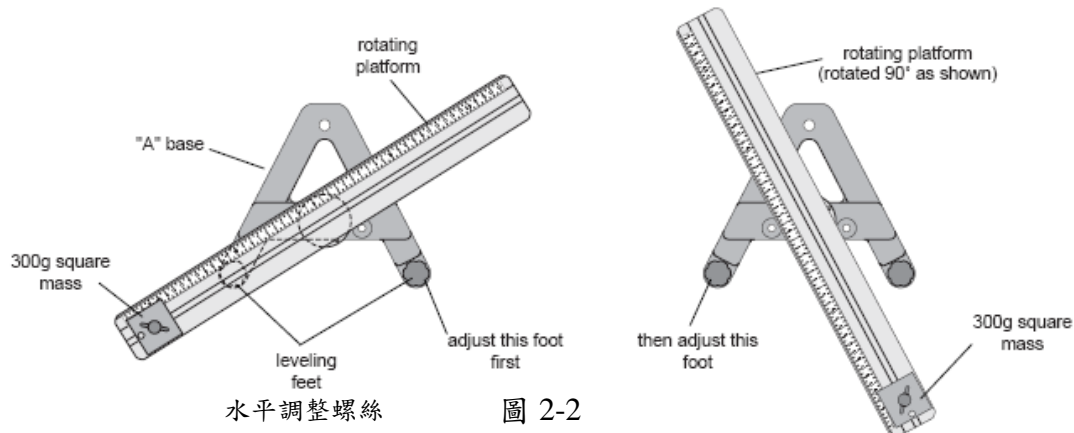


圖 2-2

(二) 安裝光電閘

1. 將光電閘裝設在 A 型基座的孔上，利用轉軸輪上的 10 個橫幅，量測角速度。
2. 調整光電閘的方向，讓紅外線光束可以通過轉軸輪上的孔洞。光電閘接上 Arduino 處理器時，可以利用觀察光電閘上 LED 指示燈來得知是否偵測正確。光電閘不能觸碰轉軸輪。

(三) 安裝馬達

將馬達裝設在 A 型基座的另一孔上。

(四) 轉動馬達特性曲線測量：(視講師要求)

連接馬達與直流電源供應器，仔細觀察輸入直流電壓大小與馬達之轉速間的關係。注意：電源供應器開啟前要先確認輸出電壓為零，做完實驗時也務必要確實將電壓調至零電位。以免電源供應器啟動時，突然輸出過高的電壓，啟動馬達的轉速過快，而造成實驗器材甩出傷人的危險。

取得特性曲線後，以 O 型環與 A 型基座轉軸輪相連，利用馬達帶動轉軸旋轉。

(五) 向心力配件組合

1. 由旋轉平台的 T 型槽(有刻度側邊)將中心支架置入，對準旋轉平台上正中間的歸零點，並拴緊螺絲。再將側支架置在旋轉平台的 T 型槽同一側。如圖 3 所示。

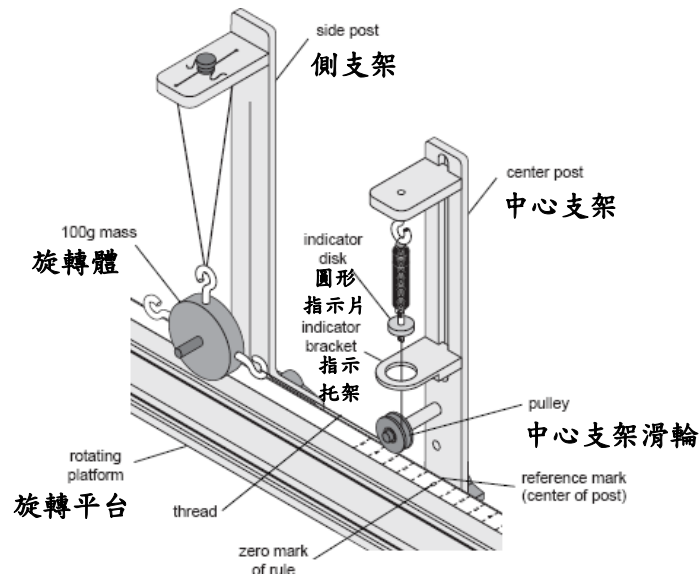


圖 3 圓周運動和向心力實驗測量組裝圖

- 將小彈簧，圓形指示片掛於中心支架上，決定旋轉半徑，將側支架定位後，將旋轉體中心掛勾以繩線綁於側支架上，右端掛勾以線拉至中心支架，經由小滑輪綁於圓形指示片下，左端掛勾綁線經過側滑輪後下掛砝碼，如圖 4。各線線長均預留調整長度。實驗時注意小彈簧不要拉得太長。

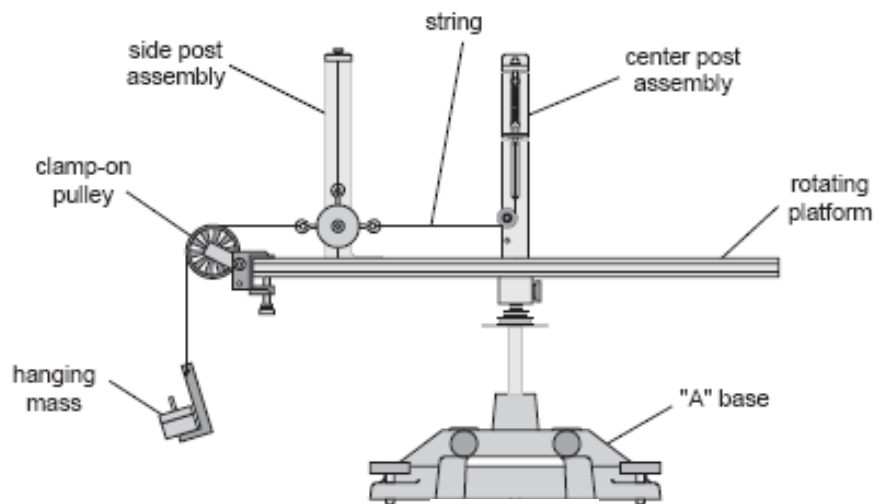


圖 4

(六) 以電子天平秤量旋轉體質量及砝碼質量。

注意事項

- 實驗過程中，若出現數據上下震盪的情況時，可調整平衡配重位置，使系統穩定，教易於讀取穩定數據。
- 實驗過程中，切勿將電源供應器的輸出電壓調得過大，以免旋轉平台上的零件因旋轉太快而突然飛脫出去，造成嚴重的危險和傷害。

五、實驗步驟

(一) 改變旋轉半徑（固定向心力與旋轉體質量）

- 這部分實驗會將向心力與旋轉體質量保持固定不變。

- 量測砝碼質量並記錄在表 3.1 中。將旋轉體中心掛勾綁於側支架上，右端掛勾以線拉至中心支架，經由小滑輪綁於圓形指示片下，左端掛勾綁線經過側滑輪後下掛砝碼，如圖 4。
- 在表 3.1 中記錄砝碼質量(固定向心力)。
- 選定一個適當的距離為旋轉體的旋轉半徑。將側支架(side post)用螺絲拴緊在這個選定的位置上。將半徑記錄在表 3.1 中。
- 在側支架的旋轉體必須垂直懸掛，調整兩端繩線均呈水平狀態。
- 移動中心支架上之指示托架使圓形指示片對齊在指示托架的位置，注意小彈簧不要拉得太長。
- 移除側滑輪懸掛之砝碼。
- 利用直流馬達轉動裝置，增加轉速使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架的位置。這表示旋轉體再次保持再垂直狀態並達到想要的半徑位置。
- 保持這個速度，利用光電閘及 Arduino 處理器測量轉動週期，記錄在表 3.1 中。
- 移動側支架至另外一選定半徑，重複上述步驟。做五個不同半徑的實驗。

表 3.1 改變旋轉半徑

旋轉體的質量 $M =$

在側滑輪上的懸掛之砝碼質量 $m =$

圖形上的斜率 =

| 旋轉體旋轉半徑 r | 週期 T | 週期平方 T^2 |
|-------------|--------|------------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

數據分析

- 掛在滑輪上的砝碼質量等於繩線施加的向心力。將砝碼的質量乘以 g 求出向心力，記錄在表 3.2 中。
- 計算每一次實驗的週期的平方，記錄在表 3.1 中。
- 畫出半徑 vs 週期平方的關係圖，應呈一線性關係：

$$r = \left(\frac{F}{4\pi^2 M} \right) T^2 \quad M \text{ 為旋轉體質量}$$

- 根據實驗資料做出一條最佳的迴歸曲線，將該曲線斜率記錄在表 3.1 中。
- 由斜率計算得到向心力，記錄在表 3.2 中。
- 計算兩個向心力值的誤差百分比，記錄在表 3.2 中。

表 3.2 改變旋轉半徑

| | |
|-------------|--|
| 向心力 = mg | |
| 由實驗斜率得到的向心力 | |
| 誤差百分比% | |

(二) 改變向心力 (固定旋轉半徑與旋轉體質量)

這部分實驗會將旋轉半徑與旋轉體質量保持固定不變。

1. 量測旋轉體質量並記錄在表 3.3 中。架設器材同前一項實驗，如圖 4。
2. 同樣將砝碼側掛於側滑輪下，記錄砝碼質量於表 3.3。
3. 選定一個距離當作旋轉半徑。將側支架(side post)用螺絲拴緊在這個選定的位置上。將半徑記錄在表 3.3 中。
4. 確認側支架的旋轉體為垂直懸掛，兩端繩線均呈水平狀態，移動中心支架之指示托架使圓形指示片對齊在指示托架的位置，注意小彈簧不要拉得太長。。
5. 移除側滑輪下之砝碼。
6. 利用直流馬達轉動旋轉平台，增加轉速使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架的水平位置。這表示旋轉體再次保持再垂直狀態並到達想要的半徑位置。
7. 保持這個速度，利用光電閘及 Arduino 處理器測量轉動週期，記錄在表 3.3 中。
8. 改變向心力，即改變砝碼質量，旋轉半徑固定，重複上述 4-7 步驟。做五個不同向心力的實驗。

表 3.3 改變向心力

旋轉體質量 $M =$

旋轉體旋轉半徑 $r =$

圖形上的斜率 =

| 砝碼質量 m | 向心力 $=mg$ | 週期 T | $1/T^2$ |
|----------|-----------|--------|---------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

數據分析

1. 掛在滑輪上的砝碼質量等於繩索施加的向心力。將砝碼的質量乘以 g 求出向心力，記錄在表 3.3 中。
2. 計算每一次實驗的週期的平方的倒數，記錄在表 3.3 中。
3. 畫出向心力 vs 週期平方倒數的關係圖。應呈一線性關係。
4. 根據實驗資料做出一條最佳的迴歸曲線，並量測該曲線的斜率。將斜率記錄在表 3.3 中。
5. 依 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 式計算由斜率得到的質量，記錄在表 3.4 中。
6. 計算兩個物體質量的誤差百分比，記錄在表 3.4 中。

表 3.4 改變向心力

| | |
|---------------|--|
| 旋轉體的質量(秤重測量值) | |
| 旋轉體的質量(由實驗斜率) | |
| 誤差百分比% | |

(三) 改變旋轉體質量 (固定半徑與向心力)

1. 這部分實驗會將旋轉體半徑與向心力保持固定不變。
2. 量測旋轉體質量並記錄在表 3.5 中。架設器材同前一項實驗，如圖 4。
3. 將砝碼側掛於側滑輪下。記錄砝碼質量於表 3.5，用來決定的向心力。
4. 選定一個距離當作旋轉半徑。將側支架(side post)用螺絲拴緊在這個選定的位置上。將半徑記錄在表 3.5 中。
5. 確認側支架的旋轉體為垂直懸掛，兩端繩線均呈水平狀態，移動中心支架上之指示托架使圓形指示片對齊在指示托架的位置。
6. 移除置於側滑輪下之砝碼。
7. 利用直流馬達轉動旋轉平台，增加轉速使得圓形指示片能夠再次對齊指示托架的水平位置。這表示旋轉體再次保持再垂直狀態並到達想要的半徑位置。
8. 保持這個速度，利用光電閘及 Arduino 處理器測量轉動週期，記錄在表 3.5 中。
9. 改變旋轉體的質量，懸掛砝碼質量維持不變，旋轉體轉半徑固定，重複上述 4-7 步驟，記錄週期在表 3.5 中。

表 3.5 改變旋轉體的質量

在側滑輪上的砝碼的質量 $m =$

向心力 $= mg =$

旋轉體旋轉半徑 $r =$

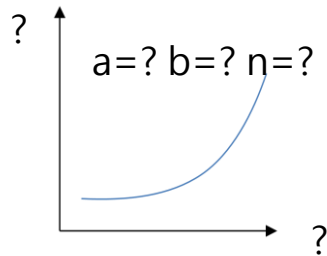
| 旋轉體的質量 M | 週期 T | 計算得到的向心力 F_c | 向心力誤差百分比% |
|----------|------|----------------|-----------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

數據分析

1. 掛在滑輪上的砝碼質量等於施加的向心力。將砝碼質量乘以 g 求出向心力，記錄在表 3.5 中。
2. 利用公式 $F_c = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 計算每一次實驗的向心力 F_c ，記錄在表 3.5 中。
3. 每次實驗計算的向心力值 F_c 與實驗設定向心力值(mg)之間的誤差百分比，記錄在表 3.5 中。

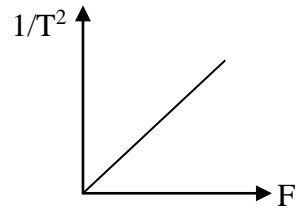
五、問題與討論

1. 此實驗中可能引起誤差的因素有哪些？
2. 當半徑增加時，轉動的週期增加或減少？
3. 當半徑及轉動物體的質量固定時，增加週期會增加或減少向心力？
4. 當物體的質量增加時，向心力增加或是減少？
5. 在本實驗中，假設向心力 F 與圓周運動周期 T 的關係為 $F = aT^n + b$ ，式中 n 、 a 和 b 接為常數。
請說明：如何由實驗得到的數據，作何種關係圖後，進行分析，推測 n 、 a 和 b 等數值？

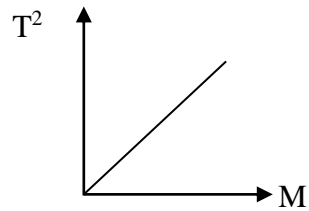


6. 在實驗中，固定輸入馬達的電壓時，若此時發現圓形指示片持續上下振盪，不易穩定，請說明造成此現象的可能原因。
7. 由實驗測得數據，分別作出下列物理量的關係圖：

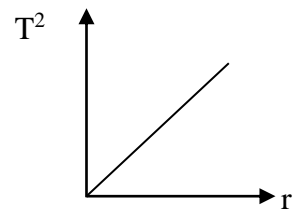
(1) 圓周運動周期平方的倒數 $1/T^2$ 與向心力 F



(2) 圓周運動周期平方 T^2 與旋轉體質量 M



(3) 圓周運動周期平方 T^2 與旋轉半徑 r



理論上，上述三個關係應均為線性關係，故可以線性迴歸分析數據。依據你的實驗數據，請分別說明：所得到的線性迴歸結果，其截距的物理意義。

